CMA211 - Cálculo 2a - Prova 4

19 de junho de 2019

Nome: ____

Instruções:

- A prova pode ser escrita a lápis, **mas a resposta final deve ser escrita a caneta**
- Durante a prova só poderão ser utilizados **lápis, borracha e caneta**. Se algum outro item for utilizado, será atribuída nota **zero** à prova.
- A resolução da questão deverá explicitar todos os passos realizados no cálculo. Não será aceita somente a resposta final sem o devido desenvolvimento.

Formulário:

Coordenadas polares:	Coordenadas cilíndricas:	Coordenadas esféricas:
$x = r\cos\theta$	$x = r\cos\theta$	$x = r\,\text{sen}\,\phi\cos\theta$
$y = r\,\text{sen}\,\theta$	$y = r\,\text{sen}\,\theta$	$y = r\,\text{sen}\,\phi\,\text{sen}\,\theta$
	$z = z$	$z = r\cos\phi$

Teorema de Stokes: $\displaystyle\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \iint_S \vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{S}$

$$\int_C \vec{F}(x,y,z)\cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{F}(x(t),y(t),z(t))\cdot\vec{\gamma}'(t)\,dt \qquad a \le t \le b$$

$C : \vec{\gamma}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

$$\iint_S \vec{F}(x,y,z)\cdot d\vec{S} = \int_c^d\int_a^b \vec{F}(x(u,v),y(u,v),z(u,v))\cdot\left(\frac{\partial\vec{r}}{\partial u}\times\frac{\partial\vec{r}}{\partial v}\right)du\,dv \qquad a \le u \le b \qquad c \le v \le d$$

$S : \vec{r}(u,v) = x(u,v)\vec{i} + y(u,v)\vec{j} + z(u,v)\vec{k}$

$\cos^2(x) + \text{sen}^2(x) = 1$

$\text{sen}(a)\,\text{sen}(b) = \frac{1}{2}\cos(a-b) - \frac{1}{2}\cos(a+b) \qquad \cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\cos(a-b) + \frac{1}{2}\cos(a+b)$

Questões:

1. (5,0) Seja S a superfície formada pela equação $z^2 = x^2 + y^2$, para $z \le 1$.
   Seja $\vec{F} = -y\,\vec{i} + x\,\vec{j} + xyz\,\vec{k}$
   (a) faça um esboço da superfície S e da curva C que delimita a superfície no sentido anti-horário
   (b) calcule a integral de linha do Teorema de Stokes para $\vec{F}$
   (c) calcule a integral de superfície do Teorema de Stokes para $\vec{F}$
   (d) o campo $\vec{F}$ é conservativo?
   (e) se $\vec{F}$ for conservativo, calcule seu campo escalar potencial.

2. (5,0) Seja S a superfície formada pela equação $z = x^2 + y^2$, para $z \leq 4$.
Seja $\vec{F} = 2xz + y^2\,\vec{i} + 2xy\,\vec{j} + x^2 + 3z^2\,\vec{k}$

(a) faça um esboço da superfície S e da curva C que delimita a superfície no sentido anti-horário

(b) calcule a integral de linha do Teorema de Stokes para $\vec{F}$

(c) calcule a integral de superfície do Teorema de Stokes para $\vec{F}$

(d) o campo $\vec{F}$ é conservativo?

(e) se $\vec{F}$ for conservativo, calcule seu campo escalar potencial.