CMA211 - Cálculo 2a - Prova 3

29 de maio de 2019

Nome: ____

Instruções:

- A prova pode ser escrita a lápis, **mas a resposta final deve ser escrita a caneta**
- Durante a prova só poderão ser utilizados **lápis, borracha e caneta**. Se algum outro item for utilizado, será atribuída nota **zero** à prova.
- A resolução da questão deverá explicitar todos os passos realizados no cálculo. Não será aceita somente a resposta final sem o devido desenvolvimento.

Formulário:

Coordenadas polares:

$x = r\cos\theta$

$y = r\,\mathrm{sen}\,\theta$

$\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)} = r$

Coordenadas cilíndricas:

$x = r\cos\theta$

$y = r\,\mathrm{sen}\,\theta$

$z = z$

$\dfrac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta,z)} = r$

Coordenadas esféricas:

$x = r\,\mathrm{sen}\,\phi\cos\theta$

$y = r\,\mathrm{sen}\,\phi\,\mathrm{sen}\,\theta$

$z = r\cos\phi$

$\dfrac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta,\phi)} = r^2\,\mathrm{sen}\,\phi$

$$\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial w} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial w} \end{vmatrix}$$

$$\int_C f(x,y,z)\,ds = \int_a^b f(x(t),y(t),z(t))\,\|\vec{\gamma}'(t)\|\,dt \qquad a \le t \le b$$

$$\int_C \vec{F}(x,y,z)\cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{F}(x(t),y(t),z(t))\cdot\vec{\gamma}'(t)\,dt \qquad a \le t \le b$$

$C : \vec{\gamma}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

$\cos^2(x) + \mathrm{sen}^2(x) = 1$

$\mathrm{sen}(a)\,\mathrm{sen}(b) = \frac{1}{2}\cos(a-b) - \frac{1}{2}\cos(a+b)$

$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\cos(a-b) + \frac{1}{2}\cos(a+b)$

Questões:

1. (1,5) Calcule o volume do sólido formado entre função $f(x,y) = (5 - x + y^2)$ e o plano xy (plano $z = 0$), dentro do retângulo formado pelos intervalos $0 \le x \le 1$ e $1 \le y \le 2$.

2. (1,5) Calcule a integral $\iint_B x\cos(y)\,dx\,dy$, onde B é a área fechada entre as funções $f(x) = x^2$ e $g(x) = x$.

3. (2,0) Calcule a integral $\iiint_B x^2\,dx\,dy\,dz$, onde B é o sólido entre o cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e as superfícies $z = 0$ e $z = x^2 + y^2 + 5$.

4. (2,0) Calcule a integral $\iiint_B \sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy\,dz$, onde B é o hemisfério sólido $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$, $z \ge 0$.

5. (1,5) Calcule a integral de linha $\int_C \vec{F}(x,y,z)\cdot d\vec{r}$, onde $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ e $\vec{\gamma}(t) = \cos(t)\vec{i} + \mathrm{sen}(t)\vec{j} + t\vec{k}$, $0 \le t \le 2\pi$.

6. (1,5) Calcule a integral de linha $\int_C e^{x+y}\,ds$, onde C é o triângulo de vértices (0,0), (1,0) e (0,1) no sentido anti-horário (dica: o intervalo de variação de t corresponde ao sentido da curva).