CMA211 - Cálculo 2a - Lista de Exercícios

versão final, atualizada em 14 de junho de 2019

Nome: ____

Instruções:

- A lista completa valerá 5 pontos extra no somatório das notas das 4 provas.
(média = (P1 + P2 + P3 + P4 + exercícios)/4)
- A lista será atualizada até o dia **14/06**, de acordo com o conteúdo dado em aula.
- A lista deverá ser entregue no dia da prova 4 (**19/06**).
- A lista só será corrigida se entregue de maneira organizada e legível, com clareza nos cálculos executados.

Questões:

1. Dada a integral tripla $\displaystyle\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-y^2}}\int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2}} xyz\,dz\,dx\,dy$
   (a) liste os intervalo de variação das variáveis em coordenadas cartesianas
   (b) faça um esboço em 2D do domínio de integração no plano cartesiano xy, e em 3D do domínio de integração no espaço cartesiano xyz
   (c) converta a integral para coordenadas cilíndricas. Faça um esboço do "caminho" percorrido pela integral em coordenadas cilíndricas (observe a sequência das variáveis na integração)
   (d) resolva a integral.

2. Dada a integral tripla $\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2-y^2}} (x^2+y^2+z^2)^2\,dz\,dy\,dx$
   (a) liste os intervalo de variação das variáveis em coordenadas cartesianas
   (b) faça um esboço em 2D do domínio de integração no plano cartesiano xy, e em 3D do domínio de integração no espaço cartesiano xyz
   (c) converta a integral para coordenadas esféricas. Faça um esboço do "caminho" percorrido pela integral em coordenadas esféricas (observe a sequência das variáveis na integração)
   (d) resolva a integral.

3. Dada a integral de linha $\displaystyle\int_C xy^4 ds$, onde C é a curva correspondente ao semi-círculo de raio 1 e $x \geq 0$ no sentido anti-horário
   (a) faça um esboço da curva C
   (b) escreva uma parametrização $x(t), y(t)$, com o intervalo de variação em t, para a curva C
   (c) escreva a integral de linha em função de t
   (d) resolva a integral.

4. Dada a integral de linha $\displaystyle\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$, onde $\vec{F} = xz\vec{i} - yz\vec{k}$ e C é o segmento de reta entre os pontos (-1, 2, 0) e (3, 0, 1)
   (a) faça um esboço da curva C
   (b) escreva uma parametrização $x(t), y(t), z(t)$, com o intervalo de variação em t, para a curva C
   (c) escreva a integral de linha em função de t
   (d) resolva a integral.

5. Dado o campo vetorial $\vec{F}(x,y,z) = 2\,x\,y^3\,z^4\,\vec{i} + 3\,x^2\,y^2\,z^4\,\vec{j} + 4\,x^2\,y^3\,z^3\,\vec{k}$
   (a) mostre que $\vec{F}(x,y,z)$ é um campo conservativo
   (b) calcule o campo escalar potencial de $\vec{F}(x,y,z)$ (ou seja, ache $f(x,y,z)$ tal que $\vec{\nabla} f = \vec{F}$)

6. Dada a integral de superfície $\iint_S (y+z)\,dS$, onde S é a superfície lateral do cilindro $x^2+y^2=4$ entre os planos $z=0$ e $z=4-y$
   (a) faça um esboço da superfície S
   (b) escreva uma parametrização $x(\theta,z), y(\theta,z), z(\theta,z)$, com os intervalos de variação em θ e z, para a superfície S
   (c) escreva a integral de superfície em função de θ, z
   (d) resolva a integral.

7. Dada a integral de superfície $\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$, onde $\vec{F} = z\,\vec{j} - y\,\vec{k}$ e S é a superfície dada pela equação $z = x^2+y^2$, $z \leq 1$, e o sentido da superfície de interesse é para fora.
   (a) Faça um esboço da superfície S, incluindo a direção do vetor normal de interesse
   (b) escreva uma parametrização $x(r,\theta), y(r,\theta), z(r,\theta)$, com os intervalos de variação em r e θ, para a superfície S
   (c) escreva o vetor que representará o vetor normal à superfície (observe a direção do vetor). Escolha um ponto e faça o esboço do vetor na figura da superfície S utilizando a equação do vetor.
   (d) escreva a integral de superfície em função de r, θ
   (e) resolva a integral.

8. Seja S a superfície formada entre os eixos $y \geq 0$ e $z \geq 0$, e a equação $y^2+z^2=1$, com vetor normal apontado no sentido do eixo $x \geq 0$. Seja o campo vetorial $\vec{F} = y\,\vec{i} + z\,\vec{j} + x\,\vec{k}$.
   (a) Faça um esboço da superfície S, incluindo a direção do vetor normal de interesse
   (b) faça um esboço da curva fechada C que delimita a superfície, incluindo seu sentido (de acordo com a direção do vetor normal à superfície)
   (c) calcule as duas integrais que formam a igualdade do Teorema de Stokes, e mostre que elas são iguais.
   (d) o campo vetorial $\vec{F}$ é conservativo?